

Feladatok a
VIZSGAKÖVETELMÉNYEK
szerint

Fehér Levente
Hódmezővásárhelyi SZC Eötvös József Technikum

2025. 11. 12.

1.

1.1. Halmazok

Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.

1.1.1. Halmazműveletek

Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: unió, metszet, különbség. Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.

1.1.1.0.1. Feladat. $[(\{35/8\})]$

Adott két halmaz:

$A = \{\text{kétjegyű pozitív, 3-mal osztható számok}\}$

$B = \{10\text{-nél nagyobb, de } 30\text{-nál nem nagyobb pozitív egész számok}\}$

Határozza meg az $A \cap B$ halmaz elemeit!

1.1.1.0.2. Feladat. $[(\{35/10\})]$

Ha az A halmaz a B halmaznak részhalmaza, akkor az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis:

a)

$$A \cap B = A$$

b)

$$A \cup B = B$$

1.1.1.0.3. Feladat. $[(\{35/15\})]$

Legyen az A halmaz a 15-nél nem nagyobb pozitív páros számok halmaza, a B halmaz a 15-nél nem nagyobb 3-mal osztható számok halmaza. Határozza meg az $A \setminus B$ halmaz elemeit!

1.1.1.0.4. Feladat. $[(\{35/20\})]$

Legyen az A halmaz az 1-nél nem kisebb, de 9-nél kisebb számok halmaza, a B halmaz a 7-nél nem nagyobb pozitív számok halmaza. Ábrázolja egy számegyenesen az A és B halmazok metszetét!

1.1.1.0.5. Feladat. $[\{35/22\}]$

Az A halmaz elemei a pozitív egész egyjegyű számok, a B halmaz elemei a prímszámok. Határozza meg az $A \cap B$ halmaz elemeit!

1.1.2. Számosság, részhalmazok

Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát. Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében.

1.1.2.0.1. Feladat. $[\{35/8\}]$

Egy zeneiskola egyik évfolyamán háromféle hangszeren tanulnak a diákok (mindenki tanul legalább egy hangszeren). Hegedülni 32-en, zongorázni 36-an, fuvolázni 28-en tanulnak. Három hangszeren senki sem tanul. Azok száma, akik pontosan két hangszeren játszanak 25, közülük hegedülni és zongorázni is tanulnak 8-an.

- a) Hányan tanulnak csak fuvolán?
- b) Hányan járnak erre az évfolyamra?

1.1.2.0.2. Feladat. $[\{35/26\}]$

A 3 kötetes biológiai lexikont külön-külön köteteként is meg lehet vásárolni. Az $I.$ kötet ára 3 800 Ft, a $II.$ -é 2 970 Ft, a $III.$ -é pedig 3 640 Ft. Egy könyvesboltban 3 hónap leforgása alatt az $I.$ kötetből 58-t, a másodikból 62-t, a harmadikból pedig 74-t adtak el. 12 olyan vásárló volt, aki egyszerre mindhárom kötetet megvette, és 25-en vásároltak két kötetet, közülük 9-en az $I.$ és a $III.$ kötetet.

- a) Hány volt olyan vásárló, aki az $I.$ és a $III.$ kötetet vásárolta meg, akkor legalább és legfeljebb hányan voltak azok, akik a $II.$ és a $III.$ kötetet vették meg?
- b) Utólag kiderült, hogy az $I.$ és a $III.$ kötetet harmadannyian vásárolták meg, mint a $II.$ és a $III.$ kötetet. Összesen mennyi fizettek azok, akik pontosan egy kötetet vásároltak?
- c) Ha találmra kiválasztunk egy olyan vásárlót, aki vett a kötetekből, mekkora annak a valószínűsége, hogy e vásárló legalább két kötetet vásárolt?

1.2. Matematikai logika

Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet. Ismerje az „és”, a „megengedő

vagy” és a „kizáró vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Tudja a „ha... akkor...” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani. Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket.

1.2.0.0.1. Feladat. $[\{35/13\}]$

Az alábbi állítások közül melyik nem megfordítható?

- a) Ha egy háromszög két szögének összege 90° , akkor a háromszög derékszögű.
- b) Ha egy természetes szám osztható 8-cal, akkor 4-gyel is osztható.

1.2.1. Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában

Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni, valamint egyszerű állításokat, tételeket bizonyítani. Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis. Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását.

1.2.1.0.1. Feladat. $[\{35/8\}]$

Egy zeneiskola egyik évfolyamán 71-en tanulnak. Igaz-e, hogy van az évfolyamon legalább 11 olyan diák, akiknek a születési dátuma a hétnek ugyanolyan napjára esik?

1.2.1.0.2. Feladat. $[\{35/11\}]$

A póknak 8 lába van. Szekrényfiókjában 10 db piros, 10 db kék, 10 db fehér és 10 db sárga zoknit tart. Legkevesebb hány db zoknit kell kivennie becsukott szemmel, hogy biztosan jusson minden lábára ugyanolyan színű zokni?

1.3. Kombinatorika

Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a complementer esetek segítségével is. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.

1.3.0.0.1. Feladat. $[\{35/8\}]$

Egy 24 fős osztály 3 tagú diákbizottságot választ. Hányféleképpen teheti ezt meg?

1.3.0.0.2. Feladat. $[\{35/10\}]$

Egy 32 fős osztályban egy olyan 3 tagú diákbizottságot választanak, melynek egyik tagja a bizottság elnöke. Hányféleképpen lehet ezt megtenni?

1.3.0.0.3. Feladat. $[\{35/15\}]$

Egy országban olyan lottó-játék van forgalomban, melyen 40 számból 6-t kell eltalálni.

a) Hány db szelvényt kell kitölteni ahhoz, hogy biztosan legyen egy telitalálatos szelvényünk?

b) Ha minden lehetséges módon kitöltjük a szelvényeket, akkor hány db ötitalálatos szelvényünk lesz?

1.3.0.0.4. Feladat. $[\{35/17\}]$

Egy futóverseny döntőjébe hatan jutottak. Tudva, hogy a döntőt András nyerte, Béla lett az utolsó és Csaba is dobogós lett. Hányféleképpen alakulhatott a végső sorrend?

1.3.0.0.5. Feladat. $[\{35/18\}]$

Régen a BKV járatain lyukasztógépek voltak felszerelve, melyek 1, 2, 3 vagy 4 helyen lyukasztották ki a menetjegyet. Egy jegyen 1 – 9-ig minden számjegy szerepel.

a) Hányfajta lyukasztott jegy keletkezhetett?

b) Ha véletlenszerűen kiválasztunk egy kezelt jegyet, mekkora annak a valószínűsége, hogy azon legfeljebb 3 lyuk van?

1.3.0.0.6. Feladat. $[\{35/20\}]$

András, Béla, Csaba és Dani színházba mentek. Hányféleképpen ülhetnek le, ha András és Dani nem akar egymás mellett ülni?

1.3.0.0.7. Feladat. $[\{35/22\}]$

4 fiú és 3 lány hányféleképpen állhat sorba úgy, hogy azonos neműek ne legyenek egymás mellett?

1.3.0.0.8. Feladat. $[\{35/23\}]$

Egy háromjegyű számból levontuk "fordítottját", azaz számjegyei fordított sorrendben való felírásával adódó számot. Eredményül 297-tt kaptunk.

a) Mi lehetett az eredeti háromjegyű szám.

b) Tetszőlegesen kiválasztunk egy háromjegyű számot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy levonva belőle a "fordítottját" az eredmény 297?

1.3.0.0.9. Feladat. $[(\{35/25\})]$

Az 1 ; 2 ; 3 ; 3 számjegyek mindegyikének felhasználásával hány db négyjegyű számot képezhetünk?

1.3.0.0.10. Feladat. $[(\{25/8\})]$

Az "irracionális" szó betűit hány különböző módon lehet leírni egymás mellé?

1.3.0.0.11. Feladat. $[(\{36/20\})]$

A magyar kártya egy csomagjában 32 lap van, mind a négy színből 8 darab. A „színek”: piros, zöld, tök és makk. Egy jól összekevert magyarkártyacsomagból kiveszünk 2 lapot. Megnézzük, mind a kettő zöld. Ezután anélkül, hogy a kihúzott két lapot visszatennénk, újra húzunk kettőt.

Mennyi a valószínűsége, hogy mind a két kihúzott lap piros?

1.4. Gráfok

Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, fokszám. Ismerje és alkalmazza gyakorlati feladatokban a gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.

1.4.0.0.1. Feladat. $[(\{35/13\})]$

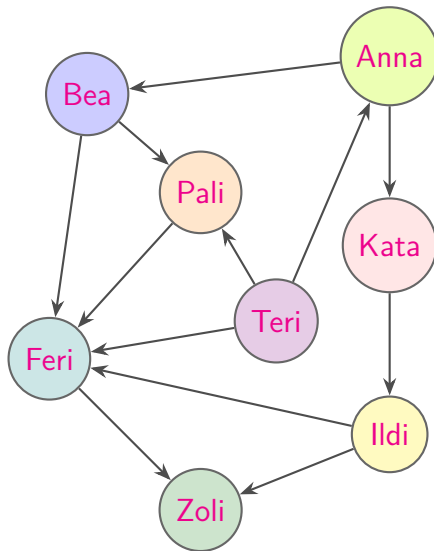
Egy 6 tagú társaság 2 tagja mindenkit ismer a társaságból, a többiek mind 4 – 4 tagot ismernek. Szemléltesse egy gráfon az ismerettségeket.

1.4.0.0.2. Feladat. $[(\{35/20\})]$

Egy 6 tagú társaságban mindenki mindenkivel koccint egyszer. Hány koccintás hallatszik?

1.4.0.0.3. Feladat. $[(\{25/9\})]$

Egy baráti társaság találkozót szeretne szervezni, ezért egyikük felhívta néhányukat, hogy segítsenek értesíteni a többieket. Rövid idő múlva mindenki értesült a találkozóról. Az ábrán nyilak jelzik, hogy ki kit hívott fel.



Döntse el az alábbi állításokról, hogy melyik igaz és melyik hamis!

- A) A találkozót Teri kezdte szervezni.
- B) Kata előbb tudott a találkozó szervezéséről, mint Anna.
- C) Feri nem hívott fel senkit.
- D) Bea nem hívta fel Zolit.

1.4.0.0.4. Feladat. $[(\{25/13\})]$

Egy 5 pontú gráf pontjainak fokszáma rendre 4; 3; 2; 2; 1. Rajzolja le a gráfot!

2.**2.1. Alapműveletek**

Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).

2.1.0.0.1. Feladat. $[(\{25/13\})]$

Három különböző prímszám összege 20. Melyek lehetnek ezek a prímszámok?

2.2. A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatóság alapvető fogalmait (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni. Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prím számpár fogalmát.

2.2.0.0.1. Feladat. $[\{35/11\}]$

Legyen $1 < n < 10$ pozitív egész szám, nem prímszám. A 10 és n legnagyobb közös osztója 1. Mivel egyenlő legkisebb közös többszörösük?

2.2.0.0.2. Feladat. $[\{35/17\}]$

Attila nyolcnaponta locsolja a kertét, szomszédja Cili hatnaponta. Május 2-án mindketten locsoltak. Mikor fognak legközelebb mindketten locsolni?

2.2.0.0.3. Feladat. $[\{36/18\}]$

Igaz-e, hogy a 360 és a 840 legkisebb közös többszöröse az 5 040?

2.2.1. Oszthatóság

Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.

2.2.1.0.1. Feladat. $[\{35/13\}]$

Mekkora legyen X és Y , hogy a $\overline{32Y4X}$ ötjegyű szám osztható legyen 15-tel?

2.2.1.0.2. Feladat. $[\{35/21\}]$

A $\overline{46A2B}$ ötjegyű számban az A helyére beírunk egy tetszőleges 4-nél nagyobb, B helyére pedig egy tetszőleges 5-nél nem nagyobb számjegyet.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az így kapott szám osztható 15-tel?

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az így kapott szám osztható 12-vel?

2.2.2. Számrendszerek

Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből n alapú ($n \leq 9$) számrendszerbe és viszont. Ismerje a helyiértékes írásmódot.

2.2.2.0.1. Feladat. $[(\{25/6\})]$

Egy szám kettes számrendszerben felírt alakja 1110110_2 . Írja át a számot 10-es számrendszerbe!

2.3. Racionális és irracionális számok

Tudja definiálni a racionális és irracionális számokat, és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel.

2.3.0.0.1. Feladat. $[(\{25/13\})]$

A $\frac{2}{7}$ szám tizedes tört alakjában milyen számjegy áll a tizedesvessző utáni 2020-ik helyen?

2.4. Valós számok

Ismerje a valós számkör felépítését ($\mathbb{N}; \mathbb{Z}; \mathbb{Q}; \mathbb{Q}^*; \mathbb{R}$), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát. Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen. Ismerje és használja a nyílt és zárt intervallum fogalmát és jelölését. Ismerje az abszolútérték definícióját. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakokkal. Tudjon adott helyiértékre vonatkozóan helyesen kerekíteni.

2.4.0.0.1. Feladat. $[(\{35/13\})]$

Legyen az A halmaz a $] - 3; 5[$ intervallumban levő számok halmaza, B halmaz pedig a $[2; 6]$ intervallumban levő valós számok halmaza. Adja meg és ábrázolja egy számegyenesen az $A \setminus B$ halmaz elemeit.

2.5. Hatvány, gyök, logaritmus

Tudja értelmezni a hatványozást racionális kitevő esetén. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait. Bizonyítsa a hatványozás azonosságait konkrét alap és pozitív egész kitevő esetén. Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait. Definiálja és használja az $\sqrt[n]{a}$ fogalmát. Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát. Tudja kiszámolni tetszőleges alapú logaritmus értékét 10-es alapú logaritmus segítségével.

2.5.0.0.1. Feladat. $[(\{35/7\})]$

Igaz vagy hamis, ha $k > 0$ és $k \neq 1$?

$$\sqrt[4]{k^{16}} = k^4$$

$$\sqrt[5]{k^{10}} = k^5$$

2.5.0.0.2. Feladat. $[(\{35/15\})]$

Melyik szám nagyobb A vagy B , ha $A = 3^3 + 2 \cdot 3^2$ és $B = 11 \cdot \log_2 16$?

2.5.0.0.3. Feladat. $[(\{35/25\})]$

Melyik szám nagyobb A vagy B , ha $A = \log_3 27$ és $B = 3^{\log_3 4}$?

2.5.0.0.4. Feladat. $[(\{25/7\})]$

Melyik szám a nagyobb?

$$\log_2 16 \quad \log_3 27$$

2.5.0.0.5. Feladat. $[(\{36/12\})]$

A hatványozás azonosságait felhasználva számítsa ki a következő értékeket!

$$4^{\frac{7}{2}} \quad 27^{\frac{4}{3}}$$

2.6. Betűkifejezések**2.6.1. Nevezetes azonosságok**

Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását:

Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása). $(a+b)^2$; $(a-b)^2$; $a^2 - b^2$. Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).

2.6.1.0.1. Feladat. $[(\{35/9\})]$

Számítsa ki az alábbi kifejezés értékét, ha $a = 1,48$ és $b = -3,17$.

$$\frac{a^2 + b^2 - (a - b)^2}{2ab}$$

2.6.1.0.2. Feladat. $[(\{35/13\})]$

Oldja meg az alábbi egyenletet!

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = 3$$

2.6.1.0.3. Feladat. $[(\{35/15\})]$

Mivel egyenlő az alábbi kifejezés, ha $a = -\frac{1}{4}$ és $b = \frac{3}{2}$

$$\frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{b}$$

2.6.1.0.4. Feladat. $[(\{35/25\})]$

Egyszerűsítse az alábbi törtet! ($x \neq y$)

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$$

2.7. Arányosság

Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát.

2.7.0.0.1. Feladat. $[(\{36/20\})]$

Egy füves terület lenyírását 2 fűnyíró robot 8 óra alatt végzi el. Mennyi idő alatt végez 5 robot, ha azonos intenzitással dolgoznak?

2.7.1. Százalékszámítás

Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni a százalék fogalmát.

2.7.1.0.1. Feladat. $\left(\left\{\frac{35}{12}\right\}\right)$

Egy község 4 600 lakójának 65 %-a nagykorú. Hány kiskorú él e községben?

2.7.1.0.2. Feladat. $\left(\left\{\frac{35}{14}\right\}\right)$

Összekeverünk 12 liter 45 %-os és 16 liter 36 %-os oldatot.

a) Hány %-os lett a keverék?

Hány liter vizet öntsünk még a keverékhez, hogy az oldat 20 %-os legyen?

2.7.1.0.3. Feladat. $\left(\left\{\frac{35}{15}\right\}\right)$

Egy 660 fős iskolában a diákok 60 %-a lány. A lányok 25 %-a a 7. évfolyamra jár. Hány hetedikes lány jár az iskolába?

2.7.1.0.4. Feladat. $\left(\left\{\frac{35}{17}\right\}\right)$

Kovács úr nettó 12 %-os fizetésemelést kapott, így 9 000 Ft-tal visz haza többet, mint eddig. Mennyi most Kovács úr fizetése?

2.7.1.0.5. Feladat. $\left(\left\{\frac{35}{20}\right\}\right)$

Andrásnak van 6 db 20 eurósa, Bélának 4 db 50 eurósa. Hány %-a András pénze Béla pénzének?

2.7.1.0.6. Feladat. $\left(\left\{\frac{35}{25}\right\}\right)$

Egy raktár készletét 15 %-kal csökkentették, így 1 575 mázsa áru maradt a raktárban. Mennyi áru volt eredetileg a raktárban?

2.7.1.0.7. Feladat. $\left(\left\{\frac{25}{8}\right\}\right)$

A Pénzes család bevételehez anya és apa fizetése 2 : 3 arányban járul hozzá. Hány százalékkal nő a család bevétele, ha anya fizetését 20 %-kal, apáét pedig 25 %-kal emelik?

2.7.1.0.8. Feladat. $\left(\left\{\frac{25}{14}\right\}\right)$

Melyik a több: a 8 000-nek a 30 %-ának a 20 %-a, vagy a 3 000-nek a 20 %-ának a 80 %-a?

2.8. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek

Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata. Tudja meghatározni szöveges feladatban szereplő változók értelmezési tartományát, és a feladat eredményét összevetni a feladat szövegével.

2.8.0.0.1. Feladat. $[\{35/9\}]$

Határozza meg az alábbi kifejezések értelmezési tartományát:

a)

$$\frac{1}{\cos x}$$

b)

$$\sqrt{x^2 - 10}$$

2.8.0.0.2. Feladat. $[\{35/11\}]$

Határozza meg az alábbi kifejezések értelmezési tartományát:

$$\frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$$

2.8.0.0.3. Feladat. $[\{35/15\}]$

Határozza meg az $f(x) = \sqrt{x^2 - 20x + 36}$ függvény értelmezési tartományát!

2.8.1. Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek

Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában.

2.8.1.0.1. Feladat. $[\{35/9\}]$

Egy 36 fős társaságból elment a lányok fele, így a társaság az $\frac{5}{6}$ részére csökkent.

a) Hányan maradtak a társaságban?

b) Hány fiú van a társaságban?

2.8.1.0.2. Feladat. $\{35/12\}$

A Teknős és Társa Taxivállalat (TTT) tarifái a következők: induláskor 9 tallért kell fizetni, majd pontosan a megtett úttal arányosan 2 tallért/km a viteldíj. A konkurens Csozogi Csiga Csoport (CsCsCs) társaságnál induláskor 6 tallér fizetendő, majd minden megkezdett kilométer után 3 tallért kell fizetni.

a) Melyik céggel érdemes utazni?

b) Micimackó a TTT-vel utazott Robertgidához, Malacka pedig a CsCsCs-vel. Mennyit fizettek összesen, ha Micimackó 6,5 km-re lakik Robertgidától, Malacka pedig 8,5 km-re lakik Robertgidától?

2.8.1.0.3. Feladat. $\{35/16\}$

Egy háromjegyű számból levontuk számjegyeinek összegét, eredményül 360-t kaptunk. Mi lehetett az eredeti háromjegyű szám?

2.8.1.0.4. Feladat. $\{35/17\}$

Andrásnak háromszor annyi pénze van, mint Béla pénze felének a kétharmada. Melyiküknek van több pénze?

2.8.1.0.5. Feladat. $\{35/22\}$

Melyik az a legkisebb kétjegyű szám, amit 2005-höz hozzáadva 11-gyel osztható számot kapunk?

2.8.1.0.6. Feladat. $\{35/24\}$

Andris négy évvel idősebb húgánál, Katinál. Négy éves koruktól kezdve mindkét gyerek minden születésnapjára kapott annyi könyvet ajándékba, ahány éves.

a) Hány évesek voltak a gyerekek, amikor könyvtáruk 174 kötetből állt?

b) Ez az ajándékozási szokás a szüleik addig követték, míg Kati be nem töltötte 18. életévét. Ekkor hány könyve volt a két gyereknek összesen?

2.8.1.1. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket és elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszereket megoldani.

2.8.1.1.1. Feladat. $\{35/22\}$

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{2x-3}{3} = \frac{3x-2}{2}$$

2.8.1.2. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját. Ismerje a másodfokú egyenlet diszkriminánsának fogalmát, és a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggést. Ismerje és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét. Alkalmazza feladatokban a gyöktényezős alakot. Tudjon másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani.

2.8.1.2.1. Feladat. [{35/11}]

Az $f(x) = ax^2 + bx + c$ függvényben $b^2 - 4ac = 0$, tudjuk továbbá, hogy $f(2005) = -2005$. Hogy áll a parabola körülbelül?

2.8.1.2.2. Feladat. [{35/22}]

Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$(x + 3)(x - 1) = 5$$

2.8.1.3. Magasabbfokú egyenletek Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani.

2.8.1.4. Négyzetgyökös egyenletek Tudjon $\sqrt{x+b} = cx + d$ típusú egyenleteket megoldani.

2.8.2. Nem algebrai egyenletek

2.8.2.1. Abszolútértékes egyenletek Emelt

2.8.2.1.1. Feladat. [{35/8}]

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 12$$

2.8.2.2. Exponenciális egyenletek Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket megoldani. Tudjon exponenciális folyamatokkal kapcsolatos problémákat felismerni, modellezni és megoldani.

2.8.2.2.1. Feladat. $[\{35/7\}]$

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$3^{2x} = 27$$

2.8.2.2.2. Feladat. $[\{35/8\}]$

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$16^x + 4^x + 3 \cdot 4^{x-1} = 23$$

2.8.2.2.3. Feladat. $[\{35/15\}]$

Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$5^x + 5^{x+1} = 30$$

2.8.2.2.4. Feladat. $[\{35/19\}]$

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$3^{3y} + 3^y = \frac{10}{3} \cdot 3^{2y}$$

2.8.2.2.5. Feladat. $[\{35/20\}]$

Oldja meg az alábbi egyenletet:

$$4^{2x} = 8$$

2.8.2.3. Logaritmusos egyenletek Emelt**2.8.2.3.1. Feladat.** $[\{35/17\}]$

Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\log_2(x+3) = -1$$

2.8.2.4. Trigonometrikus egyenletek Emelt

2.8.3. Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek

Tudjon egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani.

2.8.3.0.1. Feladat. [{35/23}]

Legyen $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$. Oldja meg az $f(x) \leq 0$ egyenlőtlenséget!

2.9. Középértékek, egyenlőtlenségek

Emelt

2.9.0.0.1. Feladat. [{35/20}]

Két szám számtani közepe 8. Az egyik szám 13. Mi a másik szám?

3.

3.1. A függvény

Ismerje a függvény matematikai fogalmát és az alapvető függvénytani fogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet). Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni. Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján az x -et meghatározni. Ismerje a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál. Tudjon kölcsönösen egyértelmű hozzárendelést megfordítani, és a megfordított hozzárendelést ábrázolni.

3.2. Egyváltozós valós függvények

Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:

$$x \longrightarrow ax + b$$

$$x \longrightarrow x^2$$

$$x \longrightarrow ax^2 + bx + c$$

$$x \longrightarrow \sqrt{x}$$

$$x \longrightarrow \frac{1}{x}$$

$$x \longrightarrow a^x.$$

3.2.0.0.1. Feladat. $[(\{35/22\})]$

Ábrázolja a $[-1; 2]$ intervallumon az $f(x) = 2^{x+1}$ függvényt!

3.2.0.0.2. Feladat. $[(\{35/24\})]$

Ábrázolja a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = \sqrt{x^4 - 6x^2 + 9}$ függvényt!

Hány megoldása van az $f(x) = c$ egyenletnek, ahol c egy valós szám?

3.2.0.0.3. Feladat. $[(\{25/6\})]$

Ábrázolja a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = |x - 2| - 3$ függvényt!

3.2.0.0.4. Feladat. $[(\{36/6\})]$

Ábrázolja a $[-3; 6]$ intervallumon értelmezett $f(x) = \frac{5}{3}x - 2$ függvényt!

3.2.0.0.5. Feladat. $[(\{36/19\})]$

Ábrázolja a $[-1; 6]$ intervallumon értelmezett $f(x) = (x - 2)^2 - 4$ hozzárendelési szabállyal felírt függvényt!

3.2.1. A függvények grafikonja, függvénytranszformációk

Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról. Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni:

$$f(x) + c; f(x + c); c \cdot f(x); |f(x)|.$$

3.2.1.0.1. Feladat. $[(\{35/15\})]$

Az $y = x^2$ függvény grafikonjának valamely P pontjából az x tengelyre állított merőleges szakasz hossza 16. Milyen távol van e pont az y tengelytől?

3.2.1.0.2. Feladat. $[(\{35/17\})]$

Ábrázolja az $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + 1$ függvényt!

3.2.2. A függvények jellemzése

Tudjon egyszerű függvényeket jellemezni grafikon alapján értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték szempontjából.

3.2.2.0.1. Feladat. $[(\{35/20\})]$

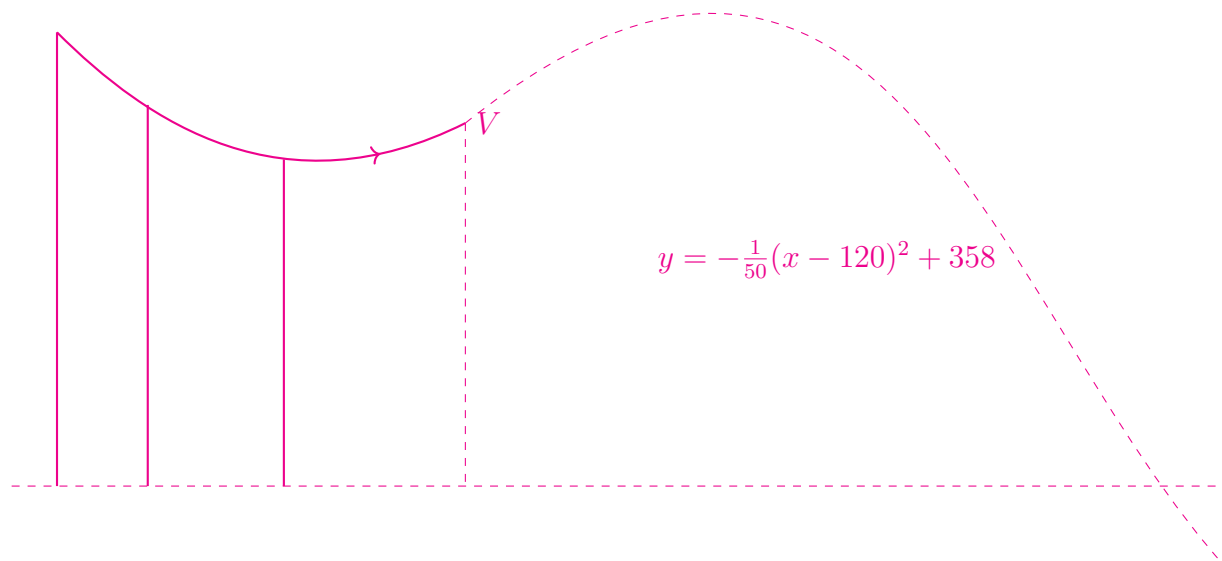
Határozza meg az $f(x) = (x + 3)^2 - \frac{1}{2}$ függvény értékkészletét!

3.2.2.0.2. Feladat. $[(\{35/22\})]$

Egy katapult teszteléséhez egy sáugrósáncot használnak. A katapult – egy kis kocsira erősítve – végig gurul a sáncon, majd annak V végpontjában lépett éltébe, és a sánc utolsó tartóoszlopához, valamint a földhöz rögzített koordinátarendszerben, ahol az egység 1 méter (lásd ábra) az

$$y = -\frac{1}{50}(x - 120)^2 + 358$$

pályán mozog.



- a) Milyen magas a sánc utolsó tartóoszlopa?
- b) Indulásától számítva hány métert emelkedik fölfelé a katapult?
- c) Hol ér földet a katapult?

3.2.2.0.3. Feladat. $\lfloor \{25/12\} \rfloor$

Melyek a zérushelyei az $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ hozzárendelési szabállyal felírt függvénynek?

3.3. Sorozatok

Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (utasítás, képlet, rekurzív definíció).

3.3.0.0.1. Feladat. $[\{35/17\}]$

Írja fel az alábbi számsorozat követő két tagja: $2; 6; 18; 54; \dots$; $\dots$

3.3.1. Számtani és mértani sorozatok

Ismerje a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket. Bizonyítsa a számtani és a mértani sorozat összegképletét. Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az a_n -re, illetve az S_n -re vonatkozó összefüggéseket kell használni.

3.3.1.0.1. Feladat. $[\{35/9\}]$

Egy háromszög oldalairól tudjuk, hogy $5; 12; 13$ cm hosszúak. Számtani sorozat tagja-e a legkisebb oldal, ha a másik kettő igen?

3.3.1.0.2. Feladat. $[\{35/15\}]$

Egy számtani sorozat ötödik tagja 8, nyolcadik tagja 14. Mekkora a sorozat első tagja?

3.3.1.0.3. Feladat. $[\{35/18\}]$

Egy számtani sorozat első eleme 4, differenciája 7.

- a) Tagja-e a sorozatnak a 2005?
- b) Hány db háromjegyű tagja van a sorozatnak?

3.3.1.0.4. Feladat. $[\{35/25\}]$

Egy számtani sorozat első eleme 5, differenciája 12. Hány kétjegyű eleme van a sorozatnak?

3.3.1.0.5. Feladat. $[\{35/26\}]$

Egy számtani sorozat első eleme 11, differenciája 9. Tagja-e a sorozatnak 569 ?

Milyen n -re teljesül, hogy a sorozat első n elemének összege legalább négyjegyű?

3.3.1.0.6. Feladat. $[\{25/7\}]$

Egy számtani sorozat második eleme 12, hatodik eleme 44. Mennyi a sorozat differenciája?

3.3.1.0.7. Feladat. $\{25/14\}$

Egy számtani sorozat első eleme -5 , negyedik eleme 13 . Tagja-e ennek a sorozatnak a 32 ?

3.3.1.0.8. Feladat. $\{36/18\}$

Egy mértani sorozat hányadosa 2 , az ötödik tagja 320 . Mennyi a sorozat első tagja?

3.3.2. Végtelen mértani sor

Emelt

3.3.3. Kamatos kamat, járadékszámítás

Tudja a kamatos kamat számítására vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni. Tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztőrészt számolni. Tudjon megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatokat megoldani.

3.3.3.0.1. Feladat. $\{36/18\}$

Egy banknál a készpénz automatából való felvételének díját a következő módon számolják: térítés nélkül havonta összesen $150\,000$ Ft-to lehet felvenni, legfeljebb két részletben. Magasabb összeg esetén a készpénzfelvétel díjaként a $150\,000$ Ft-ot meghaladó rész $1,1\%$ -át számolják fel.

Mennyibe kerül, ha valaki az adott hónapban első alkalommal $200\,000$ Ft készpénzt vesz fel egy automatából?

3.3.3.0.2. Feladat. $\{36/20\}$

Valaki egy összeget $2,5\%$ -os kamatra szeretne elhelyezni egy bankban. Mekkora összeget tegyen be, ha három év múlva $4\,000\,000$ Ft-ot szeretne kivenni?

3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei

Emelt

4.

4.1. Elemi geometria

Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.

4.1.1. Térelemek

Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat. Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.

4.1.2. A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmaz

Ismerje a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát. Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.

4.2. Geometriai transzformációk

4.2.1. Egybevágósági transzformációk

Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságait, és alkalmazza ezeket feladatokban. Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit. Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.

4.2.2. Hasonlósági transzformációk

Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció leírását, tulajdonságait. Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlósági alapeseteit. Ismerje fel a hasonló alakzatokat, tudja felírni a hasonlóság arányát. Ismerje és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételket.

4.2.2.0.1. Feladat. $\left[\left(\frac{25}{6}\right)\right]$

A Bükk turistatérképének méretaránya 1 : 40 000. Egy turistautat követve a Tar-kő és a Három-kő közötti távolság a térképen 44 mm. Hány méter hosszú ez az út a valóságban?

4.2.3. Egyéb transzformációk

Emelt

4.3. Síkbeli és térbeli alakzatok

Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint.

4.3.1. Síkbeli alakzatok

4.3.1.1. Háromszögek Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint. Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van). Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait. Ismerje és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal, körülírt, illetve beírt kör). Bizonyítsa az oldalfelező merőlegesek metszéspontjára illetve a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tételt. Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt.

4.3.1.1.1. Feladat. $\left[\left(\frac{35}{7}\right)\right]$

Egy derékszögű háromszög befogóinak összege 9, a befogók különbsége 3. Mekkora az átfogó?

4.3.1.1.2. Feladat. $\left[\left(\frac{35}{8}\right)\right]$

Az ABC háromszög két oldala: $AB = 24\text{ cm}$, $AC = 15\text{ cm}$. A háromszög területe 90 cm^2 . Mekkora a harmadik oldala?

4.3.1.1.3. Feladat. $\left[\left(\frac{35}{9}\right)\right]$

Egy háromszög oldalai egész számok: egyik oldala 5, másik oldala 6. Mekkora lehet a harmadik oldal, ha tudjuk, hogy prímszám?

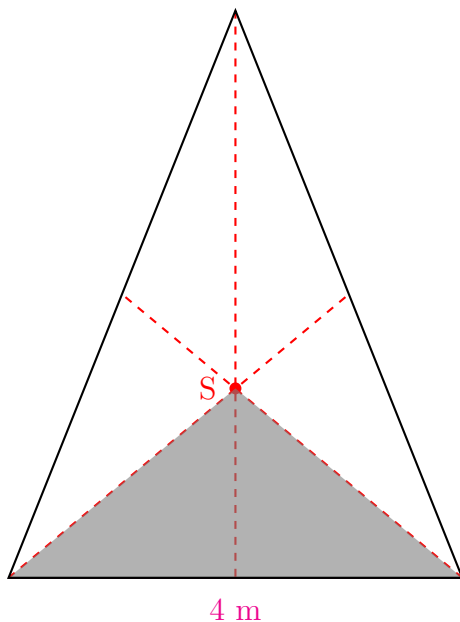
4.3.1.1.4. Feladat. $[\{35/10\}]$

Hány olyan háromszög van, melynek oldalai egész számok, egyik oldal 1, másik pedig 2005? (Az egybevágó háromszögeket nem tekintjük különbözőnek)

4.3.1.1.5. Feladat. $[\{35/23\}]$

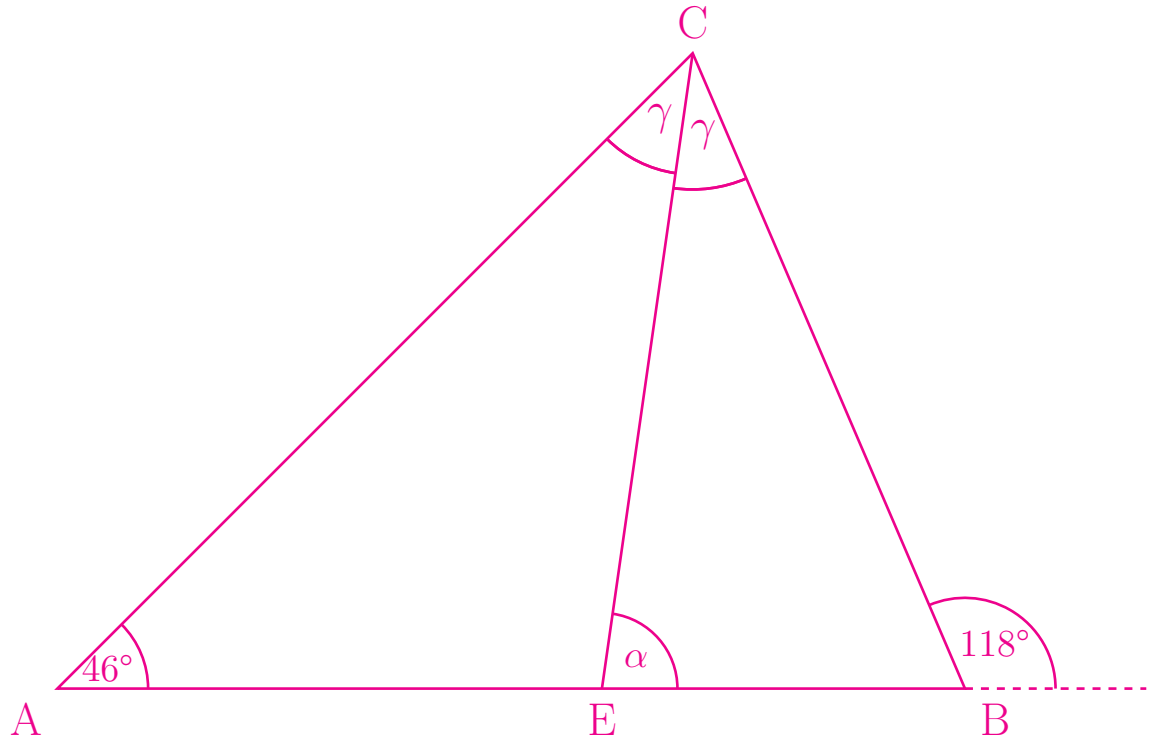
Egy faház egyenlő szárú háromszög keresztmetszetű tetőrészában a csúcsba felfüggesztett csillár lámpája éppen a háromszög súlypontjába esik. A lámpa fényének nyílásszöge 90° , és fénykúpja a 4 méter széles padlózatot teljes szélességében megvilágítja.

Milyen magas a padlás?



4.3.1.1.6. Feladat. $[(\{35/25\})]$

Az ábrán látható ABC háromszögnek berajzoltuk a CE szögfelezőjét. Mekkora az α -val jelölt szög?

**4.3.1.1.7. Feladat.** $[(\{35/25\})]$

Egy háromszög két oldala $14,2\text{ cm}$ és $2,8\text{ cm}$. A harmadik oldal mértéke cm -ben mérve prímszám. Mekkora lehet a háromszög harmadik oldala?

4.3.1.1.8. Feladat. $[(\{25/7\})]$

Egy derékszögű háromszög átfogója 115 cm , az egyik befogója 92 cm hosszú. Igaz-e, hogy a harmadik oldal mérőszáma is egész szám?

4.3.1.1.9. Feladat. $[(\{36/12\})]$

Van-e olyan háromszög, amely oldalainak hossza 150 cm , 20 dm és $3,4\text{ m}$?

4.3.1.1.10. Feladat. $[(\{36/18\})]$

Egy egyenlő szárú háromszög alapja 17 cm , szárai 13 cm hosszúak. Mekkora az alapon fekvő szögek?

4.3.1.2. Négyszögek Ismerje a speciális négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) és tulajdonságait, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Ismerje a konvex négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tételeket, alkalmazza ezeket egyszerű feladatokban.

4.3.1.2.1. Feladat. $[(\{35/9\})]$

Egy téglalap átlója eggyel nagyobb, mint az egyik oldala és hárommal nagyobb, mint a másik oldal kétszerese.

Mekkora a téglalap kerülete és területe?

4.3.1.2.2. Feladat. $[(\{35/13\})]$

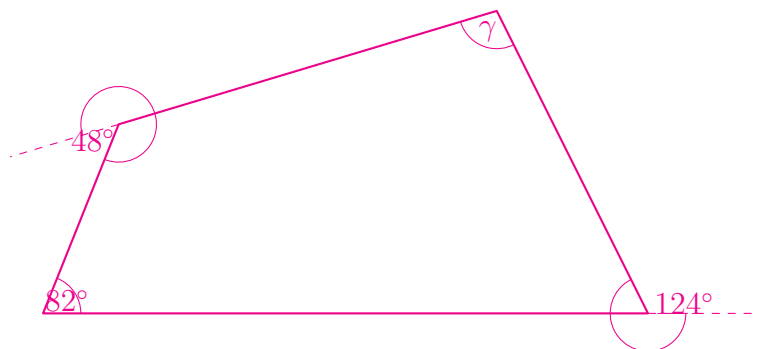
Egy téglalap egyik oldala 5 cm , területe 30 cm^2 . Mekkora a téglalap átlója?

4.3.1.2.3. Feladat. $[(\{35/15\})]$

Egy derékszögű trapéz párhuzamos oldalai 8 cm és 4 cm , merőleges szára pedig ezek számtani közepe. Mekkora a trapéz kerülete?

4.3.1.2.4. Feladat. $[(\{35/17\})]$

Mekkora az ábrán γ -val jelölt szög?

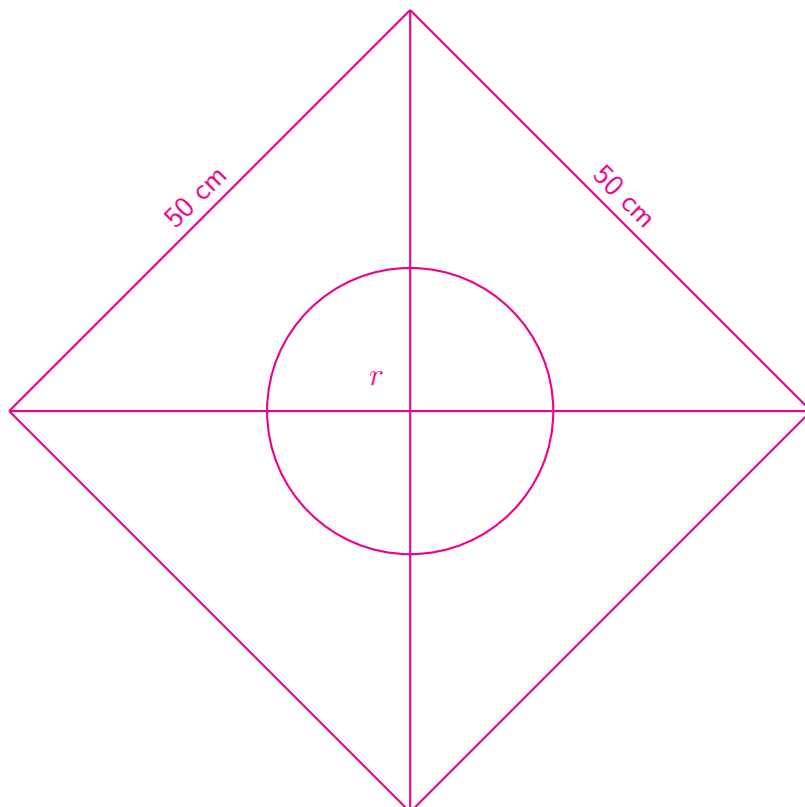


4.3.1.2.5. Feladat. $[(\{35/22\})]$

Egy derékszögű trapéz párhuzamos oldalai: $AB = 8$ és $CD = 4$. A merőleges szár egyenlő a rövidebb párhuzamos oldallal. Mekkora a trapéz kerülete és területe?

4.3.1.2.6. Feladat. $[\{35/26\}]$

Az ábrán egy négyzet alakú, fémváz-keretbe épített ablakot látunk. A négyzet oldala 50 cm . Belsejében egy kör látható, melynek középpontja a négyzet átlóinak a metszéspontja. Készítője úgy alkotta meg, hogy a négyzet belsejében található 5 db fémvázakkal határolt síkrész területei egyenlők legyenek.



- a) Mekkora a belső kör sugara?
- b) Milyen hosszú a készítéskor felhasznált fémváz?

4.3.1.2.7. Feladat. $[\{25/12\}]$

Egy húrnégyszög két szomszédos szögének nagysága 81° és 94° . Mekkora a másik két szög?

4.3.1.2.8. Feladat. $[\{25/14\}]$

Döntse el az alábbi állításokról, hogy melyik igaz, melyik hamis!

- Nincs olyan négyszög, amely középpontosan szimmetrikus, de tengelyesen nem szimmetrikus.

- Van olyan négyszög, amelynek csak egy szimmetriatengelye van.
- Minden paralelogramma középpontosan szimmetrikus, de tengelyesen nem szimmetrikus.
- Van olyan deltoid, amelynek egynél több szimmetriatengelye van.

4.3.1.2.9. Feladat. $\left[\left(\frac{36}{12}\right)\right]$

Egy trapéz egyik alapján lévő szögek nagysága 75° és 81° . Mekkora a trapéz másik két szöge?

4.3.1.3. Sokszögek Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza konvex sokszögek-nél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket. Ismerje a szabályos sokszögek definícióját.

4.3.1.3.1. Feladat. $\left[\left(\frac{35}{9}\right)\right]$

Egy szabályos konvex sokszögnek 10-szer annyi átlója van, mint oldala. Mekkora a sokszög kerülete, ha minden oldala 6 cm ?

4.3.1.3.2. Feladat. $\left[\left(\frac{25}{7}\right)\right]$

Mekkorák a szabályos 24 oldalú sokszög szögei?

4.3.1.4. Kör Ismerje a kör részeit, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak. Tudjon szöget mérni fokban. Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó köríkk területével. Ismerje és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Thalész-tételt.

4.3.1.4.1. Feladat. $\left[\left(\frac{35}{10}\right)\right]$

Egy lovaskocsi egyik kerekének az átmérője 88 cm . Hány fordulatot tesz ez a kerék egy $2,5\text{ km}$ hosszú úton?

4.3.1.4.2. Feladat. $\left[\left(\frac{35}{17}\right)\right]$

Egy 8 cm sugarú körbe berajzoltunk egy 12 cm hosszú húrt. Milyen távol van e húr a kör középpontjától?

4.3.2. Térbeli alakzatok

Ismerje a következő testeket és azok részeit, alkotóelemeit: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp. Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.

4.3.2.0.1. Feladat. $\{35/8\}$

Egy felül nyitott egyenes körhenger alakú tartály alapkörének sugara 8 cm , magassága 20 cm .

a) A hengerben 14 cm magasan áll a víz. A hengerbe ejtünk egy fémből készült, szabályos tetraédert, amelynek minden éle 5 cm . Milyen magasan áll a víz ezután a hengerben?

4.3.2.0.2. Feladat. $\{35/16\}$

Egy 4 m oldalú négyzet alapterületű kis háznak a tetőterét beépítették; a falakat megemelték 80 cm -rel, majd arra emelték az egyenes gúla alakú tetőt, melynek teljes magassága $3,2\text{ m}$.

a) Mekkora a beépített tetőtér légtere?

4.3.2.0.3. Feladat. $\{35/23\}$

Egy egyenes körkúp magassága egyenlő alapköre átmérőjének a felével. A kúp térfogata $72\pi\text{ cm}^3$. Milyen magas ez a kúp?

4.3.2.0.4. Feladat. $\{35/25\}$

Egy egyenes körkúp magassága egyenlő az alapkörének átmérőjével. Mekkora a kúp nyílásszöge?

4.4. Vektorok síkban és térben

Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:

- vektor fogalma, abszolútértéke,
- nullvektor, ellentett vektor,
- vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa.

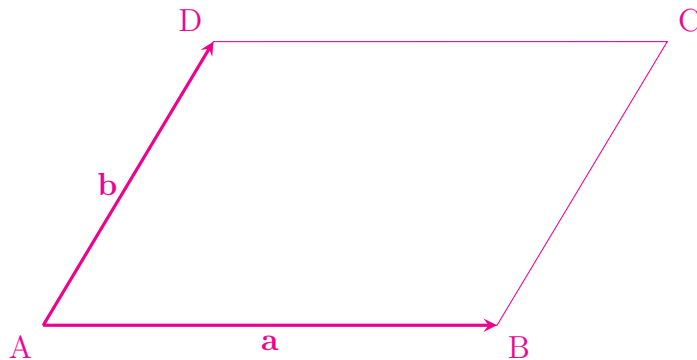
Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:

- vektor koordinátái,
- vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái.

4.4.0.0.1. Feladat. $[(\{35/7\})]$

Az ábrán egy $ABCD$ paralelogrammát láthatunk. Adja meg az ábrán azt a P pontot, melyre teljesül, hogy

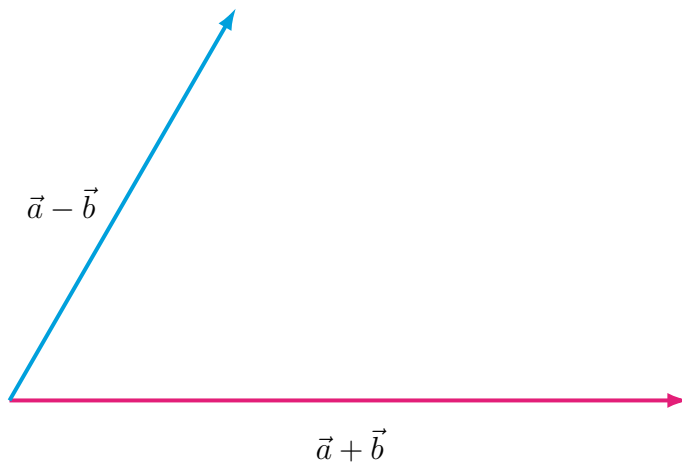
$$\vec{PC} = \vec{a} + \frac{\vec{b}}{2}$$

**4.4.0.0.2. Feladat.** $[(\{35/17\})]$

Az $ABCD$ négyzet középpontja O , a DC oldal D -hez közelebbi harmadolópontja H . Írja fel az $\vec{a} = \vec{AB}$ és $\vec{b} = \vec{AD}$ vektorok segítségével az $\vec{OC}$ és $\vec{HB}$ vektorokat!

4.4.0.0.3. Feladat. $[(\{35/17\})]$

Rajzolja be az ábrába az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorokat, ha az ábra szerint adottak az $\vec{a} + \vec{b}$ és $\vec{a} - \vec{b}$ vektorok!



4.5. Trigonometria

Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányai-val definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban. Tudja származtatni tompaszögek szögfüggvényeit a kiegészítő szögek szögfüggvényeiből. Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek,

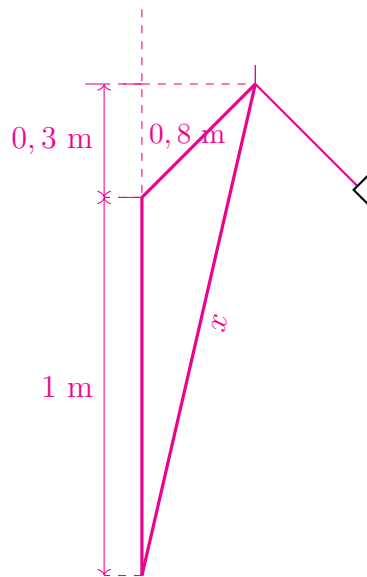
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek (30° ; 45° ; 60°) szögfüggvényeit. Szögfüggvény értékének ismeretében tudja a szöget meghatározni számológép segítségével. Ismerje és alkalmazza feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt. Bizonyítsa a szinusztételt.

4.5.0.0.1. Feladat. [{35/11}]

Egy fémből készült lámpatartó felikar látható az ábrán.

- Milyen hosszú az x -szel jelölt keresztrúd?
- Mekkora szögben hajlik az x -szel jelölt keresztrúd a falhoz?



4.5.0.0.2. Feladat. [{35/22}]

Egy TV-antenna magasságát szeretnénk megmérni. Az antenna tetejét egy bizonyos pontból 32° -os emelkedési szögben látjuk. Ha 120 méterrel közelebb megyünk az antennához, akkor a tetejét 52° -os emelkedési szögben látjuk.

- Készítsen ábrát!

- b) Milyen magas a torony?
c) Mekkora emelkedési szögben látjuk az antennát, ha még 100 méterrel közelebb megyünk az antennához?

4.5.0.0.3. Feladat. $[(\{35/22\})]$

Egy 12° -os emelkedő 124 méter hosszú. Milyen magasra visz ez az emelkedő?

4.5.0.0.4. Feladat. $[(\{25/6\})]$

Mekkora az a tompaszög, amelynek szinusza 0,5?

4.6. Koordinátageometria

Tudja kiszámítani $\vec{AB}$ vektor koordinátáit, abszolútértékét.

4.6.1. Pontok, vektorok

Tudja kiszámítani két pont távolságát. Tudja kiszámítani szakasz felezőpontjának koordinátáit, és alkalmazza ezt feladatokban.

4.6.1.0.1. Feladat. $[(\{35/12\})]$

Az AB szakasz egyik végpontjának a koordinátái: $A(-2; 6)$, a szakasz felezőpontjának a koordinátái: $F(0; 3)$. Határozza meg a B pont koordinátáit!

4.6.1.0.2. Feladat. $[(\{35/14\})]$

Az O origónak az $A(1; 4)$ pontra vonatkozó tükörképe A' , a $B(4; 2)$ pontra vonatkozó B' .

- a) Számítsa ki az $ABB'A'$ négyszög területét!

4.6.1.0.3. Feladat. $[(\{35/22\})]$

Egy P pontnak az $A(3; -2)$ pontra vonatkozó tükörképe a $P'(-5; 1)$ pont. Adja meg a P pont koordinátáit!

4.6.2. Egyenes

Tudja felírni egyenesek egyenletét $y = mx + b$, illetve $x = c$ alakban. Tudja kiszámítani egyenesek metszéspontjának koordinátáit. Ismerje meredekséggel megadott egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit. Tudjon megoldani egyszerű geometriai feladatokat koordinátageometriai eszközökkel.

4.6.2.0.1. Feladat. [{35/7}]]

Írja fel a $P(4; 3)$ ponton átmenő, a $4x + 3y = 11$ egyenessel párhuzamos egyenes egyenletét!

4.6.2.0.2. Feladat. [{35/9}]]

Adott két pont: $A(3; 4)$, $B(-2; 2)$. Írja fel az A és B pontokon átmenő egyenes egyenletét!

4.6.2.0.3. Feladat. [{35/26}]]

Írja fel a $P(4; 6)$ ponton átmenő, az $x + y = 13$ egyenessel párhuzamos egyenes egyenletét!

4.6.2.0.4. Feladat. [{25/8}]]

Milyen távolságra van az origótól az $5x - 2y = 23$ egyenletű egyenes 1 ordinátájú pontja?

4.6.3. Kör

Tudja felírni adott középpontú és sugarú kör egyenletét.

4.6.3.0.1. Feladat. [{35/17}]]

Mekkora a területe az $x^2 + x^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ egyenletű körnek?

4.6.3.0.2. Feladat. [{35/20}]]

Egy kör egy átmérőjének két végpontja $A(6; -4)$ és $B(3; 0)$. Határozza meg a kör középpontjának koordinátáit és a kör sugarát!

4.6.3.0.3. Feladat. [{35/25}]]

Egy kör középpontja $K(-3; 1)$. Írja fel a kör egyenletét, ha tudja, hogy a kör érinti az x tengelyt!

4.6.4. Parabola

Emelt

4.7. Kerület, terület

Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani a háromszög területét különböző adatokból:

$$T = \frac{am}{2} = \frac{ab \sin \gamma}{2}.$$

Tudja kiszámítani nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, továbbá kör, körcikk, körszelet és körgyűrű kerületét és területét.

4.8. Felszín, térfogat

Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát. Tudja kiszámítani hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínét és térfogatát egyszerű esetekben.

4.8.0.0.1. Feladat. [{35/12}])

Egy kúp alakú tartályba egy csapon át csöpög a víz, óránként 1 liter. A kúp alapjának sugara 1,2 m és magassága 2,4 m. Hány perc kell, hogy megteljen a tartály vízzel?

5.

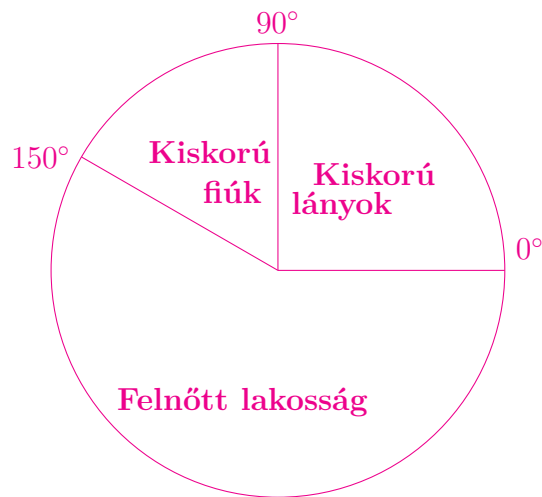
5.1. Leíró statisztika

5.1.1. Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai

Tudjon adott adathalmazt szemléltetni. Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni. Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát. Tudjon kördiagramot, oszlopdiagramot és sodrófa (box-plot) diagramot készíteni. Tudjon választani megfelelő diagramtípust egy adathalmaz ábrázolásához, és tudjon a választása mellett érvelni. Tudjon adott diagramról információt kiolvasni. Tudjon grafikus manipulációkat felismerni és javítani diagramok esetén. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság.

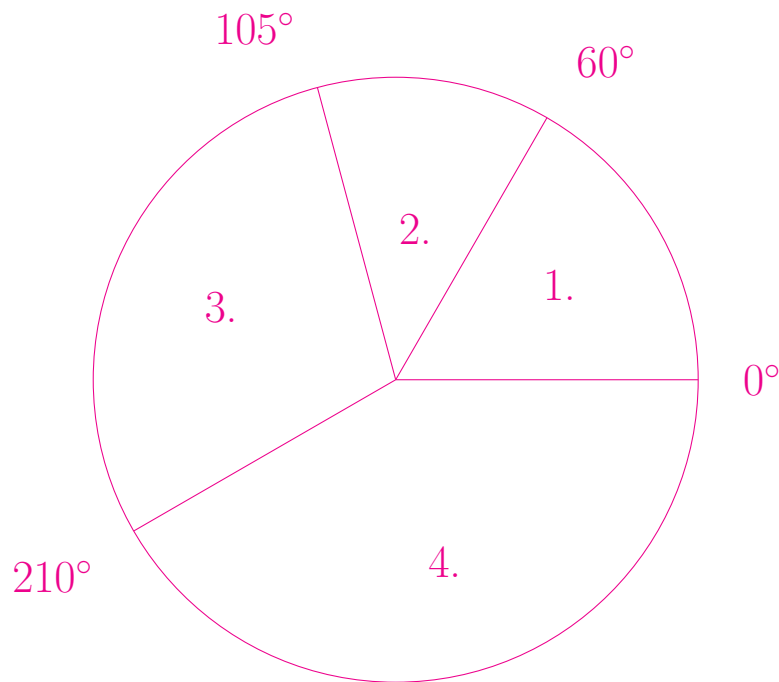
5.1.1.0.1. Feladat. $\left[\left(\frac{35}{16}\right)\right]$

Egy 2 400 lakosú község lakóinak nemek szerinti megoszlását mutatja az alábbi kördiagram. A felnőtt lakosok 54 %-a nő. Hány férfi nemű lakosa van a községnek?



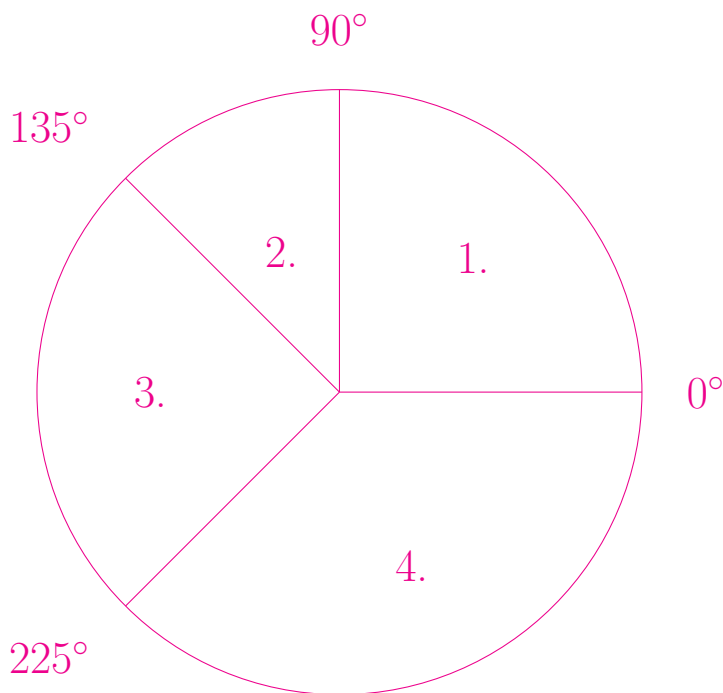
5.1.1.0.2. Feladat. $[\{35/18\}]$

Egy múzeum látogatottságát vizsgálták egy adott évben. Az alábbi kör-diagram azt szemlélteti, hogy a múzeum vendégeinek hányad része esett az 1., a 2., a 3. illetve a 4. negyedévre.



a) Ha egész évben 72 360 látogatója volt a múzeumnak, akkor hányan látogatták a 3. negyedévben?

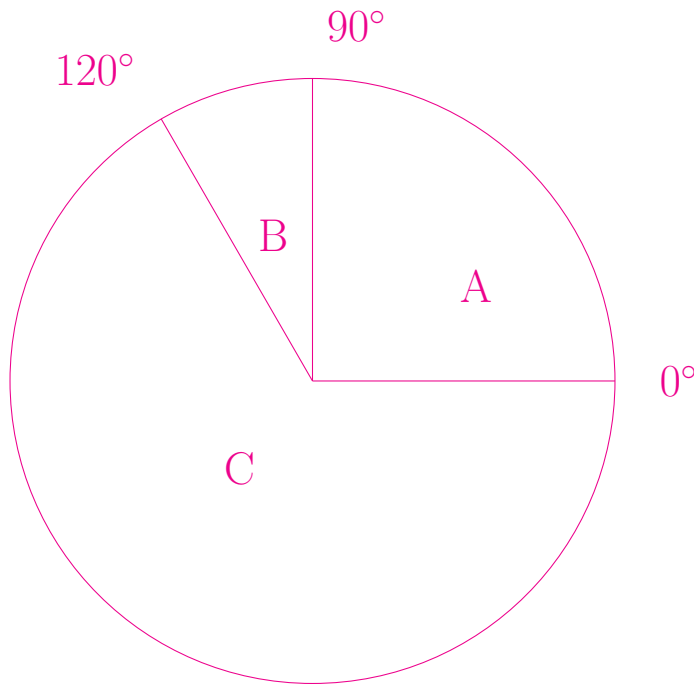
b) A következő év 1. negyedében a belépőjegyek árát 20 %-kal csökkentették, így ebben az évben a látogatottság az alábbi kördiagram szerint módosult. Ha ennek az évnek a 2. negyedében 11 928 látogató volt, akkor összesen hány vendég volt egész évben?



c) Feltételezve, hogy mindkét évben a látogatók 50 %-a teljes árú jegyet, 25 %-a félárú jegyet fizetett és 25 %-uk ingyenesen látogathatta a múzeumot, mennyi volt a múzeum bevétele az egyik, illetve a másik évben, ha a belépőjegyek ára mindkét évben 360 Ft volt?

5.1.1.0.3. Feladat. $[\{35/24\}]$

Egy kisvárosban 8 460 választásra jogosult ember él. A polgármester-választásra a választásra jogosultak 65 %-a ment el. A választás eredményét az alábbi kördiagram szemlélteti.



- a) Hány szavazattal nyert a győztes?
- b) 5 év múlva ugyanerre a három jelöltre lehetett szavazni. Ekkor az *A*-val jelölt 75 %-kal növelte, a *C* jelölt pedig 55 %-kal csökkentette szavazatainak a számát. Ki nyerte ekkor a választást, ha a választásra jogosultak száma nem változott, de ekkor ezek 70 %-a ment el szavazni?

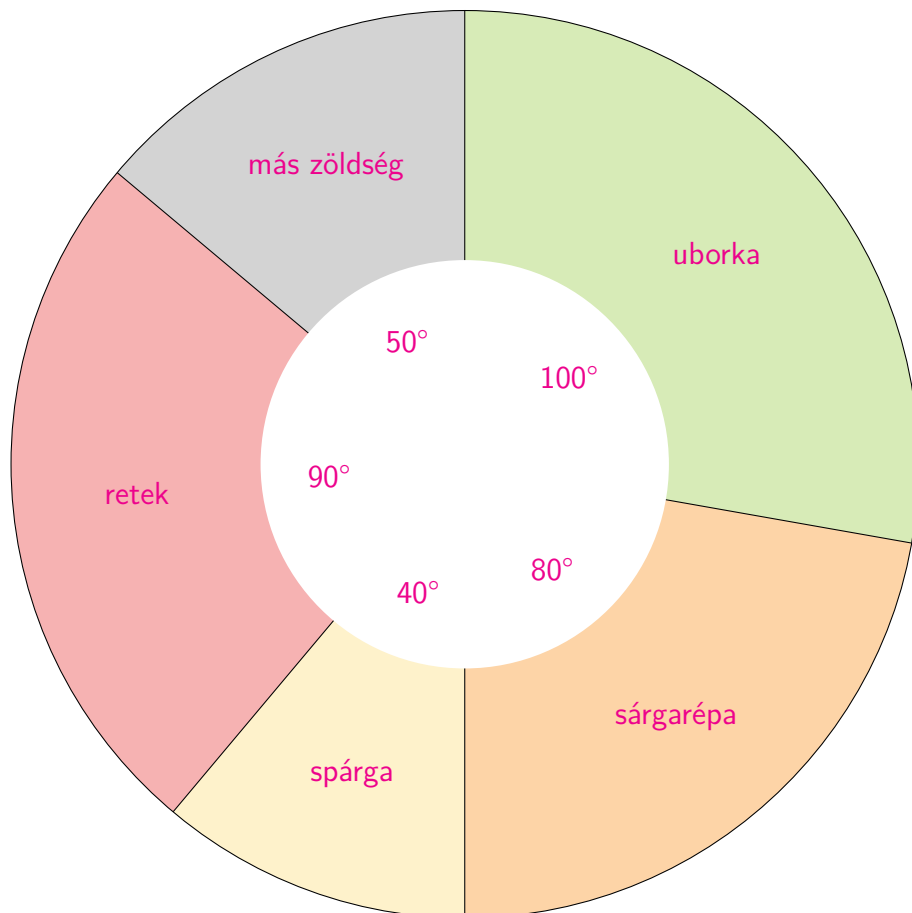
5.1.1.0.4. Feladat. $[\{36/19\}]$

Egy piacon felmérték, hogy a retek, a sárgarépa, a spárga és az uborka közül ki melyik zöldségből vásárol a legtöbbet. A felmérés eredményét a kör-diagram mutatja.

Döntse el az alábbi állításokról, hogy melyik igaz, melyik hamis!

- A válaszolóknak körülbelül 17 %-a nem a megnevezett négy zöldségből vásárol legtöbbet.
- Akik legtöbbet uborkából vesznek, kétszer annyian vannak, mint akik spárgából vásárolnak legtöbbet.

- A vásárlók többsége az uborkából vásárolja a legtöbbet.
- A válaszadók között többen kedvelik a retket, mint a sárgarépat.



5.1.2. Nagy adathalmazok jellemzői, statisztikai mutatók

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: átlag, kvartilisek, medián, módusz, terjedelem, szórás. Tudja kiszámítani ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlagát. Tudja a szórást kiszámolni adott adathalmaz esetén a definíció alkalmazásával vagy számológéppel. Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.

5.1.2.0.1. Feladat. $[\{35/10\}]$

Egy osztályban két csoportban tanulják a matematikát. Egy alkalommal egyszerre írt dolgozatot a két csoport, melyen az alábbi osztályzatok születtek

Osztályzat	1	2	3	4	5
Darabszám	1	2	6	1	2

1.1. táblázat. I. csoport osztályzatai

Osztályzat	1	2	3	4	5
Darabszám	4	5	3	3	1

1.2. táblázat. II. csoport osztályzatai

- Számítsa ki az egyes csoportok átlagát és az osztály átlagát!
- Az osztály egészét tekintve adja meg az osztályzatok móduszát és mediánját!
- A dolgozatírás idején 4 tanuló tanulmányi versenyen volt, ezért hiányoztak. Ők egy későbbi időpontban írták meg a dolgozatot. Mind a négyen ugyanazt az osztályzatot kapták, így az osztályátlag 0.28125-tel növekedett. Milyen osztályzatot kapott ez a négy tanuló?

5.1.2.0.2. Feladat. $[\{35/11\}]$

Egy felmérés során megkérdeztek 100 családot a családban levő gyerekek számáról. A válaszokat az alábbi táblázat szemlélteti

Gyerekek száma	0	1	2	3	4	5	6
Családok száma	12	18	32	19	11	5	3

- Számítsa ki, hogy átlagosan hány gyerek van egy családban!
- Mekkora a családokban levő gyerekek számának módusza és mediánja?
- A családok 20 %-a 3 éven belül vállal még egy gyereket, 10 %-a pedig ezen időszak alatt két gyereket. Ha ezek a családok beteljesítik vállalásukat, akkor 3 év múlva átlagosan hány gyerek lesz egy családban?

5.1.2.0.3. Feladat. $[\{35/13\}]$

Adott 8 db szám: 1 db 1-es, 2 db 2-es, 2 db 3-as, egy db 4-es és egy db 5-ös. A kilencedik számot elfelejtettük. E számok átlaga 3. Adja meg e számok mediánját!

5.1.2.0.4. Feladat. $[\{35/20\}]$

Katinak tavaly összesen 11 jegye volt matematikából. Ezek: 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 5. Adja meg a jegyek móduszát és mediánját!

5.1.2.0.5. Feladat. $[\{35/22\}]$

Egy cég 10 napon keresztül figyelte a bejövő postáját. Az egyes napokon beérkezett küldemények száma: 7 ; 9 ; 8 ; 11 ; 11 ; 3 ; 6 ; 12 ; 5 ; 4. Hány küldemény érkezett átlagosan naponta?

5.2. A valószínűesszámítás elemei

Ismerje és alkalmazza konkrét példák esetén a következő fogalmakat: esemény, eseménytér, elemi esemény, események összege és szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események. Ismerje és alkalmazza a klasszikus (Laplace-)modellt. Tudja meghatározni esemény komplementerének a valószínűségét. Ismerje a szemléletes kapcsolatot a relatív gyakoriság és a valószínűség között. Ismerje és alkalmazza a geometriai valószínűség modelljét. Tudjon valószínűséget számítani visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Ismerje és alkalmazza a várható érték fogalmát.

5.2.0.0.1. Feladat. $[\{35/7\}]$

Egy szabályos dobókockát kétszer feldobunk, és leírjuk egymás után a dobott számokat. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az így kapott kétjegyű szám négyzetszám?

5.2.0.0.2. Feladat. $[\{35/15\}]$

Egy dobókockát feldobunk kétszer egymás után. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobott számok összege prím?

5.2.0.0.3. Feladat. $[\{25/14\}]$

Egy dobókockával háromszor dobunk egymás után. A dobott számokat a dobások sorrendjében leírva egy háromjegyű számot kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a kapott háromjegyű szám páratlan?