

1. 2025. május

1.1. Feladat. Egy cipőboltban novemberben három pár cipő összesen 45 000 Ft-ba került. Egy karácsonyi akció keretében, ha valaki három pár cipőt egyszerre vásárolt, akkor a legolcsóbbat 50 %, a második legolcsóbbat pedig 20 % kedvezménnyel vehette meg (a legdrágább cipőre nem járt kedvezmény). Ebben az akcióban ugyanezért a három pár cipőért így összesen már csak 37 000 Ft-ot kellett fizetni. Karácsony elmúltával az akció véget ért, és a legolcsóbb cipő árát – a novemberi árához képest – 30 %-kal megemelték, így a három pár cipő ekkor összesen 48 000 Ft-ba került.

a) Határozza meg mindhárom pár cipő novemberi árát!

Négy szám közül az első három szám egy számtani, az utolsó három szám pedig egy mértani sorozat egymást követő három tagja. Az első szám a 3, a negyedik szám a 25.

b) Határozza meg a másik két számot!

1.2. Feladat. Egy kis szigeten élő állatfajok populációinak egyedszámát egy modell szerint (jó közelítéssel) a következő képlet adja meg:

$$P(t) = \frac{E}{1 + k \cdot 2^{-ct}}$$

A képletben $P(t)$ az adott faj populációjának egyedszáma a vizsgálat kezdetétől számított t év elteltével, E , k és c pedig az adott faj populációjára jellemző pozitív állandók: E a sziget eltartóképessége (a becsült maximális egyedszám, amit a sziget el tud tartani), k a populáció kezdeti méretétől, c pedig a populáció növekedési sebességétől függő állandó.

a) Egy emlősfajra jellemző állandók értéke $k = 1,5$ és $c = 0,05$. Tudjuk, hogy a vizsgálat kezdetétől számított 8 év elteltével 140 egyedből áll a faj populációja. Határozza meg a szigetnek az erre az emlősfajra jellemző eltartóképességét!

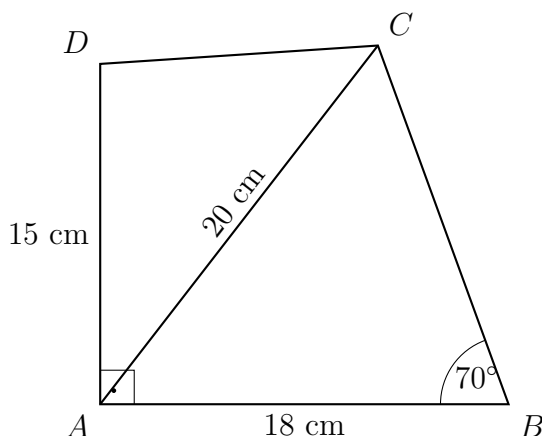
b) Egy rágcsálófaj esetén a sziget eltartóképessége 1500 egyed. Határozza meg az erre a populációra jellemző k és c állandók értékét, ha a vizsgálat kezdetekor 200, öt évvel később pedig 350 egyedből állt a populáció!

c) Igazolja, hogy egy populáció $P(t)$ egyedszáma a modell szerint soha nem haladhatja meg a sziget (adott populációra jellemző) eltartóképességét!

1.3. Feladat. Az $\{a_n\}$ sorozat tagjaira $n \geq 2$ esetén az $a_n = a_{n-1} + n$ összefüggés teljesül. Egy négyszög belső szögei (fokban mérve) a_1, a_2, a_3 és a_4 .

a) Határozza meg a négyszög belső szögeinek nagyságát!

Az $ABCD$ négyszög oldalai, átlói és szögei közül ismertek a következők: $AB = 18$ cm, $AD = 15$ cm, $AC = 20$ cm, $\angle DAB = 90^\circ$, $\angle ABC = 70^\circ$.



b) Határozza meg a négyszög BC és CD oldalának hosszát!

1.4. Feladat. Adott az $A(5; 14)$ és a $B(7; 6)$ pont a koordináta-rendszerben.

a) Írja fel annak a körnek az egyenletét, amely illeszkedik az A és a B pontokra, és a középpontja az y tengelyen van!

b) Az $y = \frac{1}{2p}(x - u)^2 + v$ egyenletű parabola

tengelypontja a $B(7; 6)$ pont, és a parabola illeszkedik az $A(5; 14)$ pontra.

Határozza meg a parabola p paraméterének értékét!