

1.11. Feladat. A Pénzes család bevételéhez anya és apa fizetése 2 : 3 arányban járul hozzá. Hány százalékkal nő a család bevétele, ha anya fizetését 20 %-kal, apáét pedig 25 %-kal emelik?

Megoldás. Arányos feladatoknál **ikszezni** szoktunk, hiszen nem tudjuk, hogy pontosan milyen összegről van szó. Bár hozzátenném, hogy arányi/százalékszámításos feladatoknál mindegy a kiindulási összeg.

Anya fizetése $2x$, apa fizetése meg $3x$. Ha anya fizetését 20 %-kal növeljük, akkor az eredeti fizetésének 120 %-a lesz, hasonlóan apánál 125 %-a.

Képzeltben mindig ott van a háttérben, hogy egy számnak a 100 %-át vesszük, mivel $5 = 1 \cdot 5$. Az a $\cdot 1$ pontosan azt szemlélteti, hogy 100 %. Tehát $2x$ -nek a 120 %-a pontosan $1,2 \cdot 2x$ és $3x$ -nek a 125 %-a pontosan $1,25 \cdot 3x$.

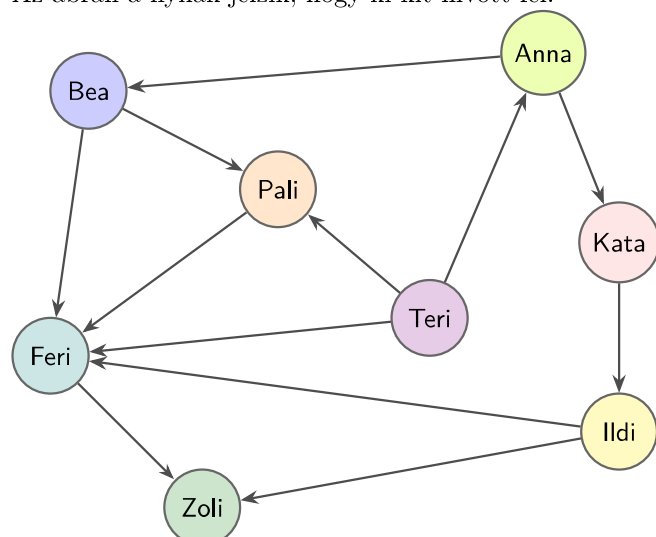
Ha összeadjuk a fizetéseket az elején, akkor $2x + 3x = 5x$ volt a fizetés, emelés után $1,2 \cdot 2x + 1,25 \cdot 3x = 6,15x$.

Nézzük meg, hogy milyen mértékben változott meg az összeg:

$$\frac{6,15x}{5x} = 1,23$$

Ez pedig pontosan 123 %, tehát **23 %-kal** nőtt a fizetésük.

1.12. Feladat. Egy baráti társaság találkozót szeretne szervezni, ezért egyikük felhívta néhányukat, hogy segítsenek értesíteni a többieket. Rövid idő múlva mindenki értesült a találkozóról. Az ábrán a nyilak jelzik, hogy ki kit hívott fel.



Döntse el az alábbi állításokról, hogy melyik igaz és melyik hamis!

- A) A találkozót Teri kezdte szervezni.
- B) Kata előbb tudott a találkozó szervezéséről, mint Anna.
- C) Feri nem hívott fel senkit.
- D) Bea nem hívta fel Zolit.

Megoldás. A) Igaz, hiszen Teribe nem mutat nyíl.

B) Hamis, mivel Katát Anna informálta.

C) Hamis, hiszen Feriből mutat nyíl Zoliba.

D) Igaz, mivel nincs Beából Zoliba mutató nyíl.

2.

2.1. Feladat. Van-e olyan háromszög, amely oldalainak hossza 150 cm , 20 dm és $3,4\text{ m}$?

Megoldás. Kezdjük azzal, hogy megbeszéljük mi kell ahhoz, hogy egy háromszög létezzen!

2.1. Definíció. Egy háromszög akkor létezik, ha bármely két oldalának összege szigorúan nagyobb, mint a harmadik oldala. Ezt nevezzük **háromszög-egyenlőtlenség**nek.

Ahhoz, hogy össze tudjuk hasonlítani az oldalakat, egységes mértékegységben kell lenniük. Én személy szerint nem szeretek törtekkel számolni, ha nem muszáj, úgyhogy inkább a nagyobb mértékegységeket váltjuk át kisebbre.

$$20\text{ dm} = 200\text{ cm}$$

$$3,4\text{ m} = 34\text{ dm} = 340\text{ cm}$$

Ekkor könnyen látható, hogy a két rövidebb oldal összege nagyobb, mint a leghosszabb oldal.

$$150 + 200 > 340$$

Tehát igen, létezik ilyen háromszög.

Ha már itt vagyunk, beszéljük meg, hogy mi lenne akkor a helyzet, ha a feladat így szólna:

Mekkora lehet egy háromszög harmadik oldala, ha két ismert oldala 5 m és 10 m ? Mivel változik a lehetséges megoldások halmaza, ha tudjuk, hogy a harmadik oldal mérőszáma is egész szám?

2.2. Feladat. Melyek a zérushelyei az

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 5$$

hozzárendelési szabállyal felírt függvénynek?

Megoldás.

2.2. Definíció. Az f függvénynek ott van zérushelye, ahol $f(x) = 0$, azaz a hozzárendelési szabállyal megadott algebrai kifejezés egyenlő 0-val.

Eszerint a következő egyenletet kell megoldani:

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Most pedig, hogy örök életre traumatizáltak ezzel, megmutatom hogyan is kell használni.

Észrevehetted, hogy megoldóképletében az ismeretlenek $(a; b; c)$. Ezt fogjuk kihasználni, hiszen a másodfokú egyenlet megoldásait, amit amúgy **gyököknek** hívunk, az egyenletben szereplő együtthatók határozzák meg.

Először szedjük ki az egyenletből, hogy mi az a , b és c értéke!

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$a = 2 \quad b = 3 \quad c = -5$$

Baromira figyelj az előjelekre!

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - (-40)}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4} = \\ &= \frac{-3 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + 7}{4} = \frac{4}{4} = 1 \\ x_2 = \frac{-3 - 7}{4} = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2} = -2,5 \end{cases} \end{aligned}$$

2.3. Feladat. A hatványozás azonosságait felhasználva számítsa ki a következő értékeket!

$$4^{\frac{7}{2}} \quad 27^{\frac{4}{3}}$$

Megoldás. Kezdjük azzal, hogy megbeszéljük a hatványozás azonosságait!

Bal felső	Jobb felső
$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$ $2^5 \cdot 2^7 = 2^{5+7} = 2^{12}$	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$ $\frac{2^{10}}{2^3} = 2^{10-3} = 2^7$
Bal alsó	Jobb alsó
$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$ $(2^5)^4 = 2^{5 \cdot 4} = 2^{20}$	$\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$ $\sqrt[5]{2^7} = 2^{\frac{7}{5}}$

Ezek szerint:

$$4^{\frac{7}{2}} = \sqrt[2]{4^7} = \sqrt[2]{(2^2)^7} = \sqrt[2]{(2^7)^2} = 2^7 = 128$$

$$27^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{27^4} = \sqrt[3]{(3^3)^4} = \sqrt[3]{(3^4)^3} = 3^4 = 81$$