

2.4. Feladat. Egy trapéz egyik alapján lévő szögek nagysága 75° és 81° . Mekkora a trapéz másik két szöge?

Megoldás. Kezdjük azzal, hogy mi is az a trapéz!

Definíció. Azt a négyszöget, amelynek van két párhuzamos oldala, trapéznek nevezzük.

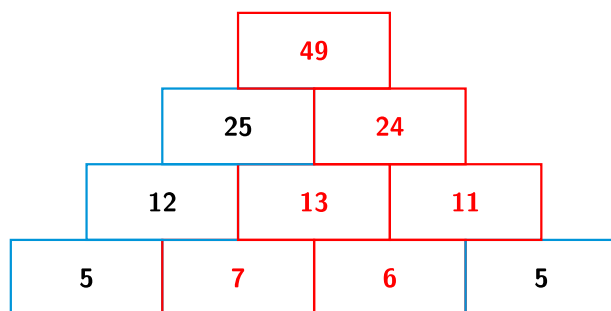
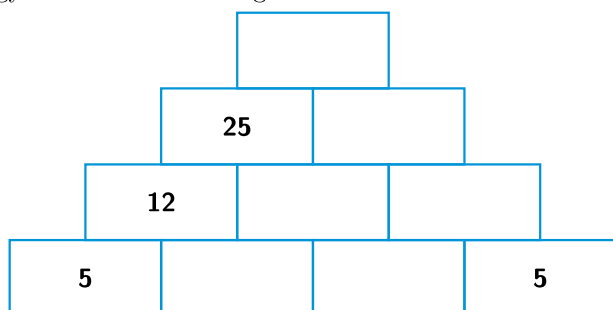
Azt is tudjuk, hogy a trapéznek az egy száron nyugvó szögeinek összege 180° . Ekkor, ha az egyik szög 75° , akkor a vele szemben levő szög $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$.

A másik szög kétféleképpen is kiszámítható. Kiindulhatunk ugyanabból, ekkor a negyedik szög nagysága $180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$.

A másik megoldásnál meg a négyszög belső szögeinek összegét használjuk ki, miszerint:

$$360^\circ - (75^\circ + 81^\circ + 105^\circ) = 99^\circ$$

2.5. Feladat. Írja be a számpiramis hiányzó számait, ha minden négyzetbe az alatta lévő két négyzet számainak összege kerül!



Megoldás.

2.6. Feladat. A $\frac{2}{7}$ szám tizedes tört alakjában milyen

számjegy áll a tizedesvessző utáni 2020. helyen?

Megoldás. Ez egy racionális szám, hiszen két egész szám hányadosaként felírható.

Ebből következik, hogy ha a tizedesvessző után végtelen sok számjegy van, az szakaszos.

Számológépbe beírva a következőt kapjuk:

$$\frac{2}{7} = 0,285714285714...$$

Látható, hogy 6-os ismétlődés van.

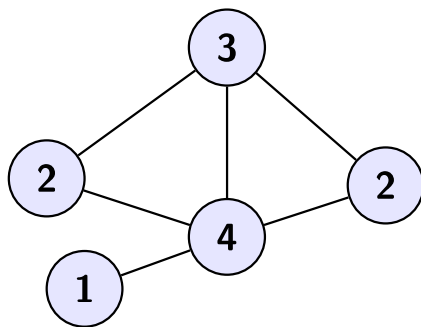
Nézzük meg, hogy 2020-ban hányszor van meg ez a hatos:

$$\frac{2020}{6} = 336,6$$

$$336 \cdot 6 = 2016$$

Tehát még négyet kell lépni a 2020-ik helyig. Ezért a válasz 7.

2.7. Feladat. Egy 5 pontú gráf pontjainak fokszáma rendre 4; 3; 2; 2; 1. Rajzolja le a gráfot!



Megoldás.

Megjegyzés. Egy n -csúcsú teljes gráf alatt azt a gráfot értjük, amelynek az összes éle be van húzva.

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Mivel n db csúcsból húzunk egyenként $(n-1)$ élt, mivel önmagába nem húzunk. Figyeljünk arra, hogy ilyenkor minden él kétszeresen lett számolva, ezért kell felezni.

2.8. Feladat. Három különböző prímszám összege 20. Melyek lehetnek ezek a prímszámok?

Megoldás. Kezdjük azzal, hogy megbeszéljük mik is a prímszámok:

Definíció. Azon az egynél nagyobb pozitív számok halmazát, melyeknek pontosan kettő osztója van, 1 és önmaga, prímszámoknak nevezzük.

Definíció. Azon az egynél nagyobb pozitív számok halmazát, melyek nem prímszámok, összetett számoknak nevezzük.

2.9. Feladat. Egy számtani sorozat első eleme -5 , negyedik eleme 13. Eleme-e ennek a sorozatnak a 32? Válaszát indokolja!

Megoldás. Fogjuk fel, hogy ez egy **számtani** sorozat! Gyűjtsük ki az adatokat:

$$a_1 = -5 \quad a_4 = 13$$

$$a_n \stackrel{?}{=} 32$$

$$a_1 + 3d = a_4$$

$$-5 + 3d = 13$$

$$3d = 18$$

$$d = 6$$

Ha 32 tagja a sorozatnak, akkor felírható **egész n -re**, hogy:

$$a_1 + (n-1)d = a_n$$

$$-5 + (n-1)6 = 32$$

$$-5 + 6n - 6 = 32$$

$$6n = 43$$

$$n = \frac{43}{6} \notin \mathbb{Z}$$

Nem eleme.

2.10. Feladat. Egy dobókockával háromszor dobunk egymás után. A dobott számokat a dobások sorrendjében leírva egy háromjegyű számot kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a kapott háromjegyű szám páratlan?

Megoldás. Tisztázzuk le, hogy miért becsapós a feladat. A kérdés a háromjegyű szám paritására, tehát hogy páros vagy páratlan, vonatkozik. **Ez kizárólag az utolsó számjegyen realizálható!**

Használjuk Laplace nevéhez fűződő képletet, ami a klasszikus valószínűségi mezőn működik valószínűség-számításra:

$$P(\text{possibility}) = \frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes eset száma}}$$

Az összes esetet általában könnyebb megadni. Kockás feladatnál az utolsó helyre a lehetséges 6 számot dobhatjuk. Ebből nekünk azon esetek **kedveznek**, amikor páratlan számok dobunk. Ezért:

$$P(\text{páratlan számot dobunk}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

2.11. Feladat. Döntse el az alábbi állításokról, hogy melyik igaz, melyik hamis!

- Nincs olyan négyszög, amely középpontosan szimmetrikus, de tengelyesen nem szimmetrikus.

Megoldás.

- Van olyan négyszög, amelynek csak egy szimmetriatengelye van.
- Minden paralelogramma középpontosan szimmetrikus, de tengelyesen nem szimmetrikus.
- Van olyan deltoid, amelynek egynél több szimmetriatengelye van.

2.12. Feladat. Melyik a több: a 8 000-nek a 30 %-ának a 20 %-a, vagy a 3 000-nek a 20 %-ának a 80 %-a?

Megoldás.

$$8\,000 \cdot 0,3 \cdot 0,2 = 3\,000 \cdot 0,2 \cdot 0,8$$

Egyenlők.